

TIPO DE ESPACIO AL QUE CORRESPONDE EL PLAN MATEMÁTICA NIVEL 5	
NOMBRE DEL ESPACIO MATEMÁTICA	
NOMBRE DEL PLAN: -	
DURACIÓN 2 meses	UBICACIÓN TEMPORAL DEL PLAN 1ER BIMESTRE
SINOPSIS: En este plan voy a acompañarte en el estudio de los intervalos de números reales, para que puedas interpretar y representar conjuntos numéricos mediante desigualdades y su expresión en la recta numérica, comprendiendo el significado de los extremos abiertos y cerrados y su relación con distintas situaciones. Trabajaremos el valor absoluto desde su interpretación como distancia en la recta real, utilizándolo como herramienta para resolver ecuaciones e inecuaciones y analizar qué valores cumplen determinadas condiciones. Buscaremos que puedas argumentar tus procedimientos y representar gráficamente las soluciones obtenidas. También nos iniciaremos en el concepto de límite a partir de una aproximación intuitiva, explorando qué significa que una función se acerque a un valor cuando la variable se aproxima a un punto determinado. A través del análisis numérico y gráfico, comenzaremos a construir una primera idea de aproximación y comportamiento local de las funciones, sentando bases para estudios posteriores.	
CONTENIDOS: <i>A lo largo de este plan aprenderás:</i> <i>(Especificar los contenidos que se abordarán /trabajarán con este plan de aprendizaje. Tomar del “Paso 4”, de planificación de todo el espacio. Se pueden acotar y especificar el alcance.)</i> A lo largo de este Plan aprenderás: • Intervalos de números reales. • Resolución de ecuaciones e inecuaciones con valor absoluto apelando a distancia.	

OBJETIVOS: *Se espera que logres: ...*

- *Utilizar intervalos para representar conjuntos de números reales y determinar distancia entre números.*
- *Interpretar gráficamente ecuaciones e inecuaciones con valor absoluto y resolverlas empleando aquel recurso.*
- *Interpretar gráficamente la definición de número real como sucesión de números racionales*

PUNTO DE PARTIDA

En esta primera etapa, trabajarás de manera autónoma para reconocer y fortalecer tus conocimientos previos sobre números reales, la representación en la recta numérica, el significado de distancia entre números y la resolución de ecuaciones e inecuaciones de primer grado. A partir de una serie de actividades, podrás establecer conexiones entre lo que ya sabes y los nuevos conceptos que comenzarás a construir. Es importante que resuelvas las propuestas de forma individual y reflexiva, ya que este proceso te permitirá comprender mejor las ideas centrales del plan. Luego, al compartir tus estrategias y resultados con tus compañeros, podrás enriquecer tu aprendizaje, contrastar diferentes formas de pensar y ampliar tu mirada matemática.

DURACIÓN ESTIMADA DE LA ETAPA : Bimestral

RECURSOS

Plan de aprendizaje, lápiz, goma, lapicera, papel, cuaderno, regla, computadora y calculadora científica.

NÚMEROS REALES

De todos los conceptos matemáticos, hay uno que debería ser el más sencillo de todos y sin embargo llevó más de veinte siglos entenderlo. Casi toda la matemática, y con ella la ciencia, se apoya en el número, principio fundamental de toda medida. Los pueblos más antiguos emplearon fracciones de enteros y estaban felices con esto; según cuenta la historia, recién a los pitagóricos les cupo el trago amargo de encontrarse, cara a cara, con los irracionales, que son aquellos que no pueden expresarse como cociente de enteros. Pero su definición rigurosa no es sencilla: a la antigüedad siguió la Edad Media y luego los tiempos modernos, en los que Newton y Leibniz desarrollaron el denominado cálculo infinitesimal. Sin embargo, los irracionales seguían siendo, en algún sentido, un misterio. Hizo falta esperar al siglo XIX para encontrar, por fin, una definición apropiada de “número real”.



Actividad 1: a) Colocar una X donde corresponda.

Número	Natural	Entero	Racional	Irracional	Real
-4					
$\frac{1}{3}$					
$\sqrt{5}$					
$-\frac{4}{3}$					
$\sqrt{9}$					
$\sqrt{2}$					
0,75					
$1,3\hat{4}$					
-4^2					
$ -3 $					
π					
10^{-1}					

b) Completar:

Los números reales están formados por los números _____ y los números _____.

Los números irracionales son aquellos que no pueden expresarse como cociente de _____.

Los números irracionales tienen infinitas cifras decimales _____.

Actividad 2 (digital) <https://wordwall.net/es/resource/92116652>

Actividad 3: Calcular los siguientes módulos

a. $|16,14| =$

b. $|- \sqrt{5}| =$

d. Si $a > 0$, $|a - 2a + 1,25a| =$

c. $|1 - (-5) - 12| =$

Actividad 4: Completen con $>$, $<$ o $=$ según corresponda en cada caso

- a. $|-6|$ $|\frac{6}{7}|$
- b. $|2 + \sqrt{7}|$ $|2| + |\sqrt{7}|$
- c. $|5 + (-12)|$ $|-5| + |-12|$
- d. $|-4 \cdot \sqrt{9}|$ $|-4| \cdot |3|$
- e. $|3,5 - (-2,4)|$ $|3,5| - |-2,4|$
- f. Si $a = 0$ y $b = 0$, $|a + b|$ $|a| + |b|$

Actividad 3: Dados estos números reales, indique cuáles son racionales y cuáles irracionales

a. 0,215215215...

b. 4,134441334444....

c. $\frac{2}{5}\pi$

d. $\sqrt[4]{0,0016}$

e. -136

f. $\sqrt[3]{7}$

g. $\pi - \frac{1}{3}\pi$

h. 1,141414...

Actividad: Una estudiante resolvió la siguiente ecuación con módulo. ¿Es correcta su resolución?

$$4. |2x - 5| - 8 = x + 1 \leftarrow \text{se elimina el módulo aplicando la definición}$$

$$\text{Si } 2x - 5 \geq 0 \Rightarrow 4. (2x - 5) - 8 = x + 1 \quad \vee \quad \text{Si } 2x - 5 \leq 0 \Rightarrow 4. (-2x + 5) - 8 = x + 1$$

$$8x - 20 - 8 = x + 1$$

$$-8x + 20 - 8 = x + 1$$

$$8x - x = 29$$

$$-8x - x = -11$$

$$\begin{aligned} 7x &= 29 \\ x &= \frac{29}{7} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} -9x &= -11 \\ x &= \frac{11}{9} \end{aligned}$$

Actividad : Resuelvan las siguientes ecuaciones con módulo

a. $|2 + x| = 5$

b. $|3 - x| = \frac{1}{6}$

c. $|4 + 2x| = -10$

d. $-5 + |3 - 3x| = -2$

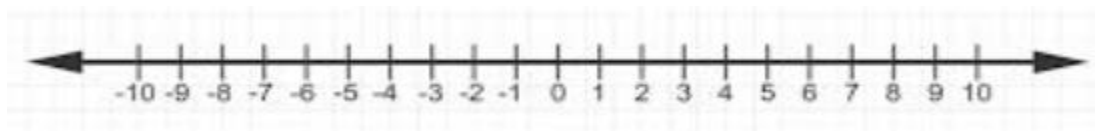
e. $\frac{2 \cdot |x - 5|}{7} - 1 = 4$

f. $7 \cdot |x - \sqrt[3]{125}| = 8 \cdot |x - \sqrt{25}| - 1$

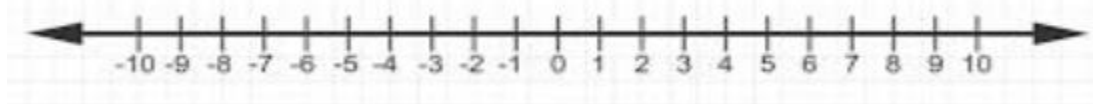
Si $|x| = k$, ¿qué valores puede tomar k para que la ecuación no tenga solución?

Inecuaciones con módulo

a) Marcá el intervalo que representa los valores de x que verifiquen la desigualdad $|x| \leq 3$



b) Marcá el intervalo que representa los valores de x que verifiquen la desigualdad $|x| > 3$



<https://es.scribd.com/document/422376205/Ecuaciones-Con-Modulo-Completo>

Con lo trabajado en el punto a y b podemos concluir

Propiedad 1 con $a > 0$:

y

Propiedad 2 con $a > 0$:

$$|x| < a \Rightarrow -a < x < a$$

$$|x| > a \Rightarrow x < -a \text{ ó } x > a$$

Estas propiedades también son válidas si en lugar de los signos $\leq$ ó $>$ trabajamos con $\leq$ ó $\geq$.

Resolvamos la inecuación $|x + 1| \leq 4$ aplicando la propiedad que corresponda según el signo de la desigualdad.

$|x + 1| \leq 4$ Como $\leq$, usamos la Propiedad 1 y teniendo en cuenta que una inecuación se resuelve igual que una ecuación, **salvo en el caso en que se divida o multiplique a ambos miembros por un número negativo, lo que invierte el sentido de la desigualdad**

Entonces:

$$|x + 1| \leq 4$$

Propiedad 1 con $a > 0$:

$$|x| < a \Rightarrow -a < x < a$$

$$-4 \leq x + 1 \leq 4$$

$$-4 \leq x + 1$$

$$x + 1 \leq 4$$

$$-4 - 1 \leq x$$

$$x \leq 4 - 1$$

$$-5 \leq x$$

$$x \leq 3$$

$\Rightarrow x \in [-5; 3]$ Gráficamente



Actividad: Marcar cuál de las opciones es la correcta

a. ¿Cuál es el valor de a para que $|x - 3| \leq \frac{2}{5}a + 7$ tenga como solución a $[-6; 12]$?

☐ $a = 5$

☐ $a = -5$

☐ $a = -25$

b. ¿Cuál es el valor de b para que $|5x - b| > \frac{1}{2}b + 2$ tenga como solución a $(-\infty; -\frac{1}{5}) \cup (1; +\infty)$?

☐ $b = -2$

☐ $b = 0$

☐ $b = 2$

c. ¿Cuál es el valor de c para que $|x + 1| \leq \frac{c}{2} + 3$ no tenga solución?

☐ $c = -6$

☐ $c < -6$

☐ $c > -6$

Actividad:

Resuelvan las siguientes inecuaciones. Luego, representen la solución en la recta numérica.

a. $|x + 6| \leq 3$



d. $|2 - 2x| > 2$



b. $|5 + 2x| < 2$



e. $4 - |z + 1| < 7 + 2z$

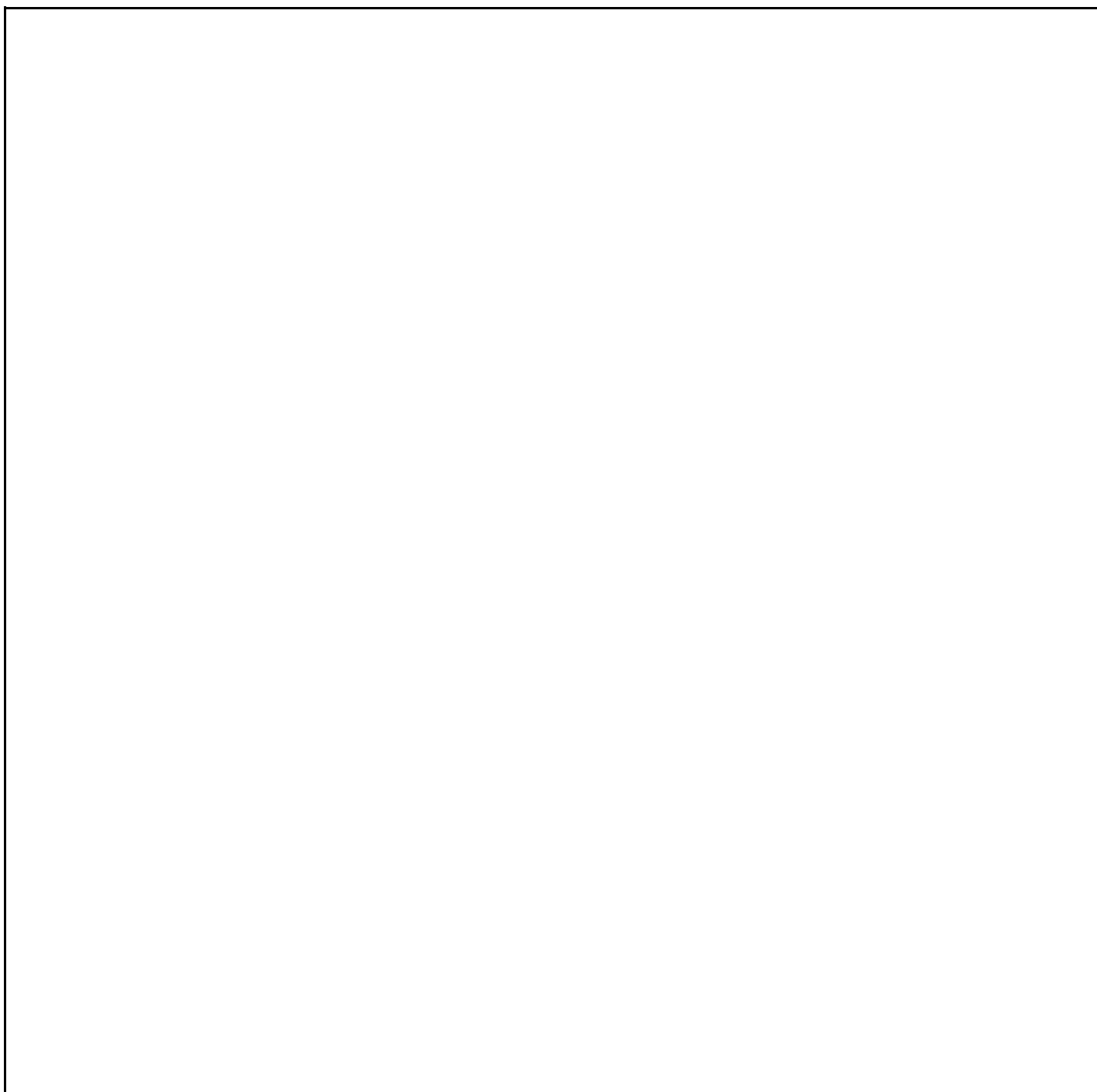


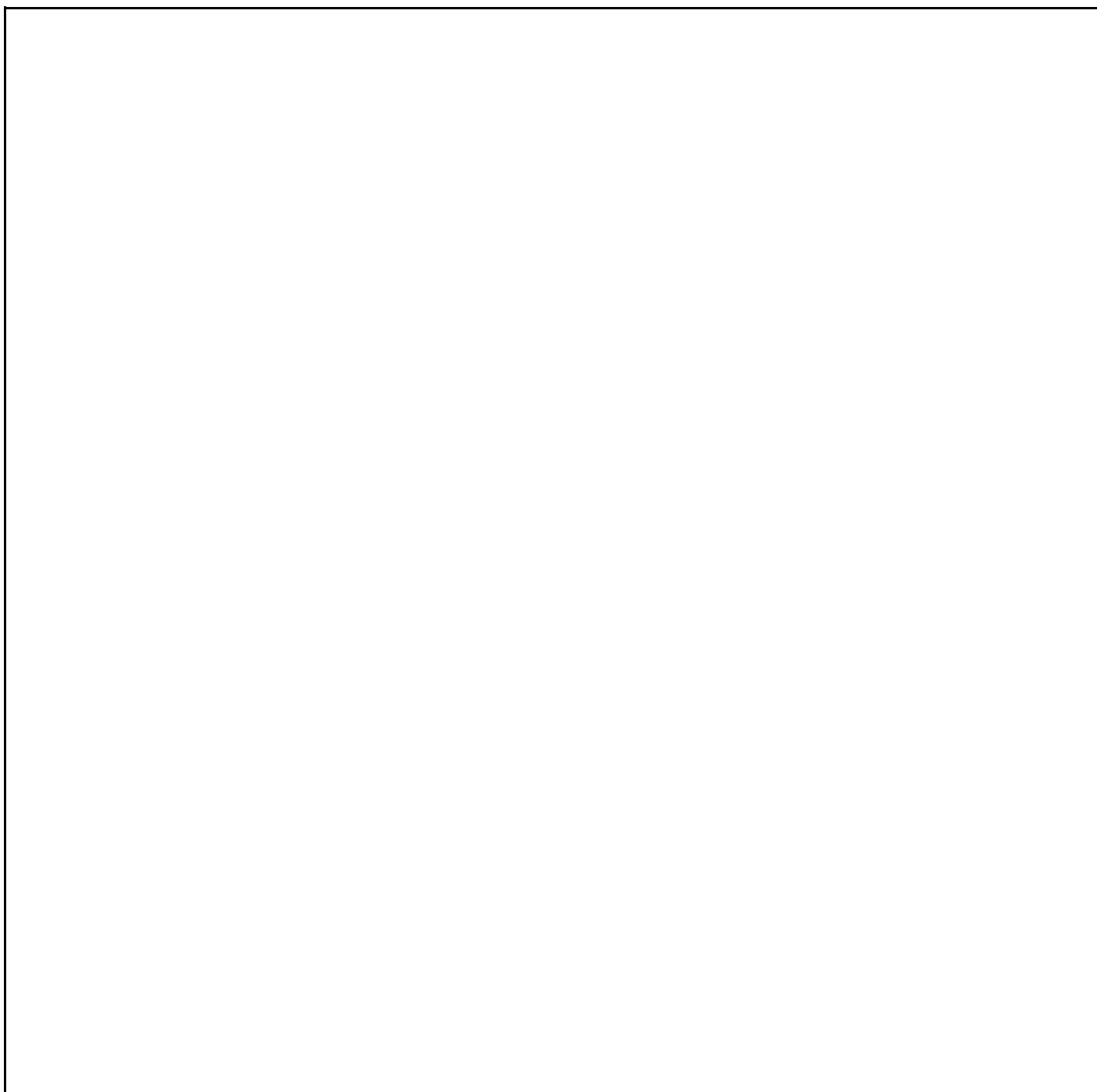
c. $-14 \cdot \left| \frac{1}{7} + x \right| > -7$



f. $1 - \frac{1}{2} \cdot (3x + 4) \leq 3 - |1 + 2x|$







INDAGACIÓN

Espacio para construir un encabezado dirigido a los y las estudiantes explicando qué es lo que van a realizar en esta etapa. Se sugiere no más de un párrafo.

En esta etapa, realizarás actividades que te ayudarán a descubrir nueva información y a



establecer conexiones entre lo que ya sabés y los nuevos conceptos que aprenderás sobre fórmulas y transformaciones en los números naturales.

DURACIÓN ESTIMADA DE LA ETAPA

RECURSOS

(Especificar todos los recursos que se necesitan para resolver las actividades propuestas en esta etapa)

ACTIVIDADES

Densidad y continuidad

Entre dos números reales siempre existe otro número real. Se dice entonces que $\mathbb{R}$ es un conjunto **denso**.

A cada número real le corresponde un punto en la recta y recíprocamente. Se dice entonces que es un conjunto **continuo**.

Actividad 3: Escriban un número racional K que cumpla las condiciones pedidas en cada caso.

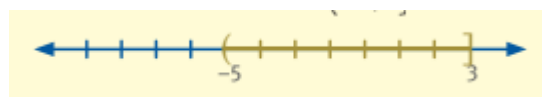
a. $2 < k < 3$ b. $3 < k < \pi$ c. $2,449 < k < \sqrt{6}$ d. $-\sqrt{8} < k < -\sqrt{7}$

Intervalos reales

Se denomina intervalo real a toda semirrecta o segmento de la recta real.

Si se utiliza paréntesis, significa que el extremo no pertenece al intervalo mientras que si se utiliza corchete, significa que el extremo pertenece al intervalo

Por ejemplo: Los números mayores que -5 y menores o iguales que 3 se representan así:



y se puede expresar como $-5 < x \leq 3 = (-5;3]$

Actividad : Unir con flechas

Los números mayores o iguales que a y menores o iguales que b se representan



$(a;b]$

$$a < x \leq b$$

$[a;+\infty)$

$$a \leq x \leq b = [a;b]$$

Actividad : Escribir de dos formas distintas los números que están representados en las rectas, teniendo en cuenta que $a = \frac{2}{3}$ y $b = \sqrt{3}$

a.



b.



Actividad: Escriban como intervalo real y grafiquen en la recta numérica

a. Los números reales mayores que -3 y menores o iguales que π .



b. Los números reales mayores o iguales que $\frac{6}{7}$.



c. Todos los números reales positivos.



Actividad 7: Expresen los valores que pueden tomar las variables. Luego, represéntelos en la recta numérica.

- a. $|x| = 2$ $x = 2 \vee x = -2$
- b. $|x| = -5$
- c. $|x| + 3 = 10$
- d. $|x| \leq \frac{1}{4}$
- e. $|y| > 3$
- f. $|h| < \sqrt{6}$
- g. $2 \cdot |y| - \sqrt{2} \geq 0$

Actividad: Marquen las opciones correctas. ¿Cuáles son los valores que puede tomar la variable en cada caso?

- | | | | |
|---------------------------------------|---|---|---|
| a. $ x = 4 \wedge x \geq -2$ | ☐ $x \in [-2; +\infty)$ | ☐ $x = 4$ | ☐ $x \in [-2; 4]$ |
| b. $ y \geq -2 \wedge y < 1$ | ☐ $y \in [-2; 1)$ | ☐ $y \in (-\infty, -1]$ | ☐ $y \in (-\infty, -2]$ |
| c. $-3 \leq h < -9 \wedge x \neq 1$ | ☐ $h \in (-3; 1)$ | ☐ $h \in (-3; 3) - \{1\}$ | ☐ $h \in (1; 3)$ |

Referencias

$\forall$: para todo
 $\Rightarrow$: entonces
 $\Leftrightarrow$: si y solo si
 $\cup$: unión
 $\wedge$: y
 $\vee$: o
 $\neq$: es distinto a

Ecuaciones e inecuaciones con módulo

Los números 4 y -4 son opuestos ya que tienen distinto signo e igual módulo porque están a la misma distancia del cero .

Es decir que
 $|4| = |-4| = 4$



Entonces, ¿Cuál será el $|0|$? ¿Y el módulo de un número negativo?

En síntesis

$$\begin{aligned} \text{si } x \geq 0 &\Rightarrow |x| = x \\ \text{si } x \leq 0 &\Rightarrow |x| = -x \end{aligned}$$

Resolver la ecuación teniendo en cuenta la definición anterior :

- a) $x^2 - 6 = 19$ ¿Cuántos valores puede tomar x ?
- b) $|x| = 2,5$
- c) $|x + 0,5| = 3$
- d) $(3 + x)^2 = 4$

Actividad: Una estudiante resolvió la siguiente ecuación con módulo .¿Es correcta su resolución ?

$$4. |2x - 5| - 8 = x + 1 \leftarrow \text{se elimina el módulo aplicando la definición}$$

$$\text{Si } 2x - 5 \geq 0 \Rightarrow 4. (2x - 5) - 8 = x + 1 \quad \vee \quad \text{Si } 2x - 5 \leq 0 \Rightarrow 4. (-2x + 5) - 8 = x + 1$$

$$8x - 20 - 8 = x + 1$$

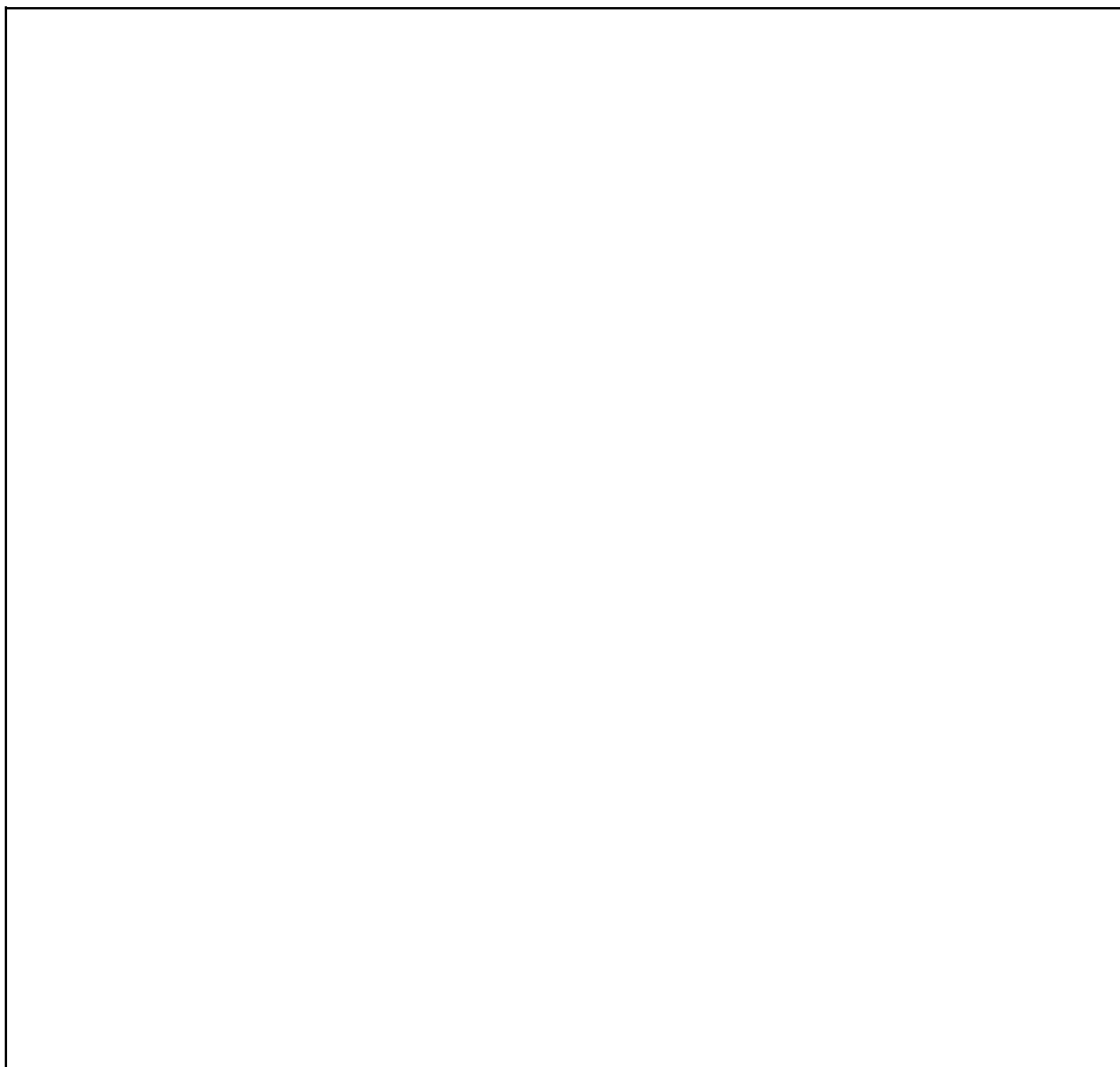
$$-8x + 20 - 8 = x + 1$$

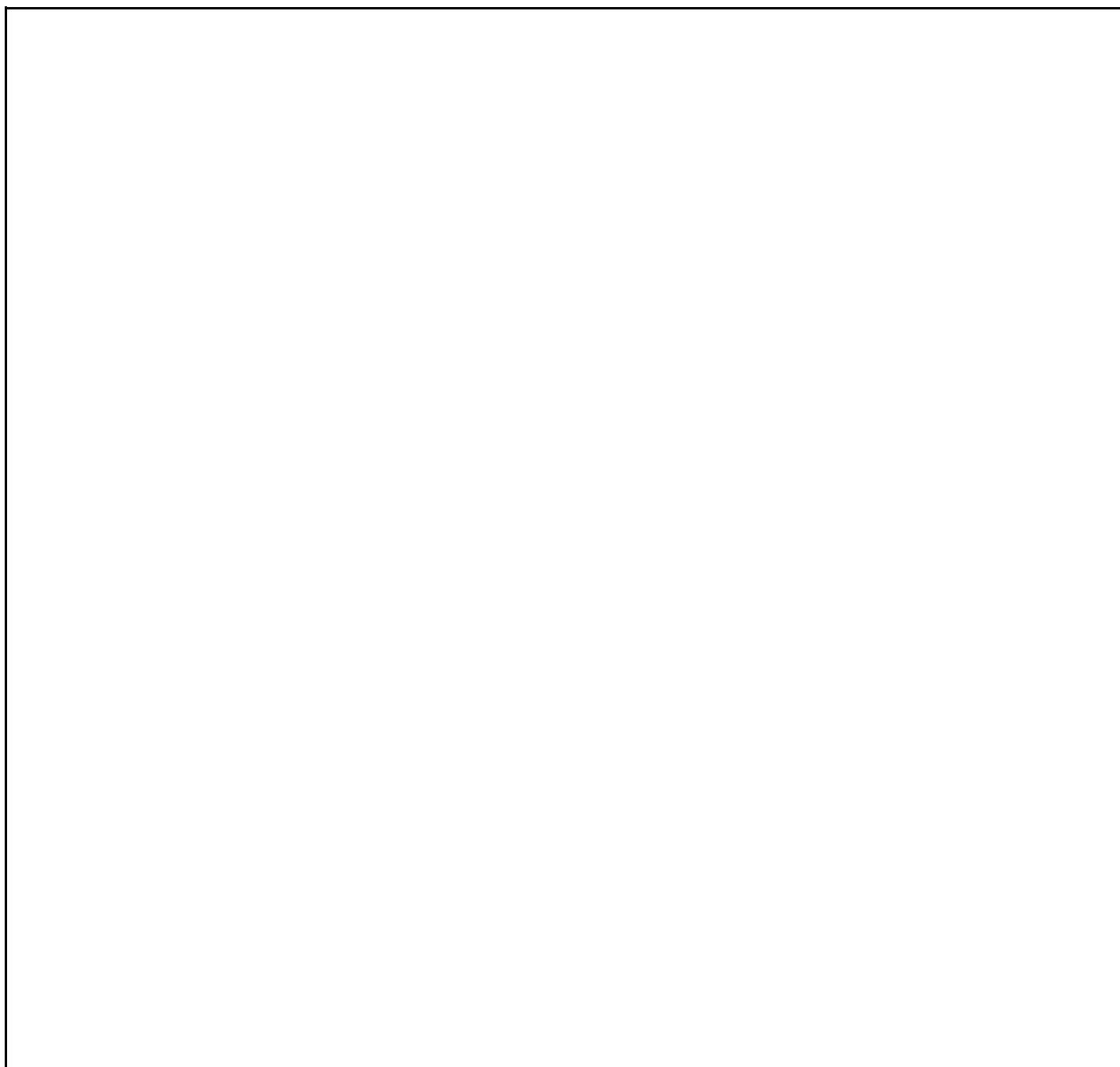
$$8x - x = 29$$

$$-8x - x = -11$$

$$\begin{aligned} 7x &= 29 \\ x &= \frac{29}{7} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} -9x &= -11 \\ x &= \frac{11}{9} \end{aligned}$$





PRODUCCIÓN

Espacio para construir un encabezado dirigido a los y las estudiantes explicando que es lo que van a realizar en esta etapa. Se sugiere no más de un párrafo

DURACIÓN ESTIMADA DE LA ETAPA

RECURSOS

(Especificar todos los recursos que se necesitan para resolver las actividades propuestas en esta etapa)



ACTIVIDADES



EVALUACIÓN

Espacio para construir un encabezado dirigido a los y las estudiantes explicando qué es lo que van a realizar en esta etapa. Se sugiere no más de un párrafo.

DURACIÓN ESTIMADA DE LA ETAPA

RECURSOS

(Especificar todos los recursos que se necesitan para resolver las actividades propuestas en esta etapa)

ACTIVIDADES

https://es.educaplay.com/recursos-educativos/5613223-ecuaciones_con_valor_absoluto.html

x : cantidad de productos que compró Agustín.

$\frac{1}{3}x$: cantidad de productos que compró Mariana.

$2 \cdot \frac{1}{3}x$: cantidad de productos que compró Rodrigo.

Agustín compró 9 productos, Mariana 3 y Rodrigo 6.

$$x + \frac{1}{3}x + 2 \cdot \frac{1}{3}x = 18$$

$$\frac{6}{3}x = 18$$

$$x = 9$$

recordatorios

Pasos para la resolución de problemas

Leer atentamente el problema

Comprender qué situación se presenta y qué se pide resolver. Es importante leer más de una vez si es necesario.

Identificar los datos y la incógnita

Reconocer la información que el problema brinda y determinar qué valor o resultado se desea encontrar.

Organizar la información

Escribir los datos, realizar esquemas, dibujos, tablas o expresar la situación con símbolos matemáticos si ayuda a comprender mejor.

Elegir la estrategia o procedimiento

Decidir qué operación, fórmula o propiedad matemática se utilizará (suma, resta, fracciones, divisibilidad, ecuaciones, etc.).

Resolver el problema

Realizar los cálculos de forma ordenada y cuidadosa, mostrando los pasos seguidos.

Verificar el resultado

Comprobar si la respuesta obtenida tiene sentido y si cumple con lo que pedía el problema.

Redactar la respuesta final

Expresar claramente el resultado, usando palabras y unidades si corresponde.

Al escribir su expresión decimal, en todos los casos se está realizando una aproximación.

$\sqrt{2}$; $\sqrt[3]{9}$ y π son números irracionales.

$\sqrt{2} \sim 1,41421356...$ $\sqrt[3]{9} \sim 2,08008382...$ $\pi \sim 3,14159265...$